

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА 1.1

1. Пусть $\mathbb{R}$ – множество действительных чисел; A, B и C – его подмножества. Задать геометрическую интерпретацию множества

1. $(A \setminus C) \times B$, если $A = [0; 4]$; $B = [-1; 3]$; $C = [1; 3]$.
2. $A \times (B \setminus C)$, если $A = [-3; 4]$; $B = [-1; 3]$; $C = [1; 3]$.
3. $(C \setminus B) \times A$, если $A = [-1; 4]$; $B = [-1; 3]$; $C = [1; 6]$.
4. $(A \cup C) \times B$, если $A = [0; 2]$; $B = [-1; 3]$; $C = [1; 3]$.
5. $A \times (B \cap C)$, если $A = [0; 5]$; $B = [-1; 3]$; $C = [1; 3]$.
6. $(C \cap B) \times A$, если $A = [-2; 4]$; $B = [1; 4]$; $C = [1; 6]$.

Пусть $\mathbb{R}$ – множество действительных чисел; $A = [-1; 4]$, $B = [-2; 2]$, $C = [1; 7]$, $D = [1; 2]$ – его подмножества. Задать геометрическую интерпретацию множества

- | | |
|--|--|
| 7. $(A \times B) \setminus (C \times D)$. | 8. $(A \times C) \setminus (B \times D)$. |
| 9. $(A \times D) \setminus (C \times B)$. | 10. $(A \times C) \cap (B \times D)$. |
| 11. $(C \times A) \cup (D \times B)$. | 12. $(A \times D) \cup (C \times B)$. |
| 13. $(D \times A) \cap (B \times C)$. | 14. $(A \times B) \cap (C \times D)$. |
| 15. $(C \times D) \cup (A \times B)$. | |

Найти пересечение и объединение множеств A и B , а также множества $A \setminus B$ и $B \setminus A$, если

16. $A = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{R}; -3 \leq y \leq 0\}$, $B = \{(x, y) \mid y \in \mathbb{R}; -1 \leq x \leq 5\}$.
17. $A = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{R}; -1 \leq y \leq 1\}$, $B = \{(x, y) \mid y \in \mathbb{R}; -1 \leq x \leq 1\}$.
18. $A = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{R}; -4 \leq y \leq 2\}$, $B = \{(x, y) \mid y \in \mathbb{R}; -2 \leq x \leq 6\}$.
19. $A = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{R}; -1 \leq y \leq 5\}$, $B = \{(x, y) \mid y \in \mathbb{R}; -4 \leq x \leq 2\}$.
20. $A = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{R}; -7 \leq y \leq -5\}$, $B = \{(x, y) \mid y \in \mathbb{R}; 1 \leq x \leq 4\}$.

21. Заданы два множества A и B (рис. а). Изобразить множества $A \cup B$; $A \cap B$; $A \setminus B$; $A \Delta B$.

22. Заданы два множества A и B (рис. б). Изобразить множества $A \cup B$; $A \cap B$; $B \setminus A$; $A \Delta B$.

23. Заданы два множества A и B (рис. в). Изобразить множества $A \cup B$; $A \cap B$; $A \setminus B$; $A \Delta B$.

24. Заданы два множества A и B (рис. г). Изобразить множества $A \cup B$; $A \cap B$; $B \setminus A$; $A \Delta B$.

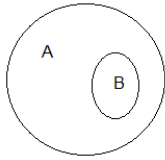


Рис. а

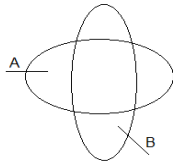


Рис. б

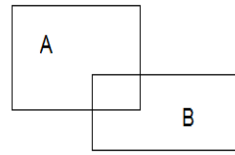


Рис. в

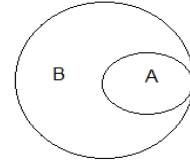


Рис. г

Заданы три множества A, B и C . Найти элементы множества D , если

27. $A = \{1; 3; 5; 7\}$, $B = \{-7; -2; 5; 10\}$, $C = \{-2; 3; 4; 5\}$ и

$$D = A \cap (B \cup C).$$

28. $A = \{1; 2; 4; 5\}$, $B = \{-6; -2; 5; 7\}$, $C = \{-2; 3; 4; 5\}$ и

$$D = A \cup (B \setminus C).$$

29. $A = \{-2; 0; 5; 8\}$, $B = \{-4; -2; 8; 12\}$, $C = \{-2; 0; 7; 10\}$ и

$$D = (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

30. $A = \{-5; 0; 4; 9\}$, $B = \{-4; 0; 4; 12\}$, $C = \{-5; 0; 7; 9\}$ и

$$D = (A \setminus B) \cup (A \cap C).$$

2. Пусть X и Y означают соответственно: «данный четырехугольник есть ромб» и «диагонали четырехугольника взаимно перпендикулярны». Выразить в символьной форме следующие высказывания:

1. «если четырехугольник есть ромб, то диагонали этого четырехугольника взаимно перпендикулярны»;

2. «неверно, что если диагонали четырехугольника взаимно перпендикулярны, то этот четырехугольник есть ромб»;

3. «четырехугольник не ромб, или его диагонали взаимно перпендикулярны».

Выразить в символической форме сложное высказывание:

4. «если студент устал или голоден, то он не может заниматься»;
5. «если студенты МАДИ выиграют в соревнованиях, а студенты МАИ или МГУ проиграют, то студенты МИФИ потеряют первое место»;
6. «если день короткий, то это лето и идет дождь»;
7. «число делится на 6 тогда и только тогда, когда оно четное и делится на 3»;
8. «если наступила весна, то день стал длинным и запели птицы»;
9. «студенты любят играть в компьютерные игры или смотреть фильмы, но не любят читать книги»;
10. «студенческий спортивный клуб выиграл соревнования по волейболу и баскетболу, но проиграл по футболу».

Пусть заданы следующие высказывания: A – «сегодня ясно», B – «сегодня идет дождь», C – «сегодня идет снег», D – «вчера было пасмурно». Сформулировать предложения, записанные в виде формул:

11. $A \rightarrow \overline{B \wedge C}$; 12. $D \wedge (B \vee A)$; 13. $(D \rightarrow B) \vee A$.

Пусть P означает «число m делится на число n », Q – «число m делится на число k », R – «число m делится на произведение $n \cdot k$ ». Сформулировать предложения, записанные в виде формул:

14. $\overline{P \wedge Q}$; 15. $P \wedge Q \rightarrow R$; 16. $P \vee Q \rightarrow R$; 17. $P \wedge Q \sim R$.

Пусть заданы следующие высказывания: A – «студенты МАДИ на первом курсе изучают математику», B – «студенты МАДИ на первом курсе изучают химию», C – «студенты МАДИ на втором курсе изучают теоретическую механику». Сформулировать предложения, записанные в виде формул:

18. $A \vee B \rightarrow \bar{C}$; 19. $C \wedge (A \vee B)$; 20. $(C \rightarrow A) \vee \bar{B}$.

Построить таблицу истинности высказывания:

21. $\bar{X} \wedge Y;$

22. $X \wedge \bar{Y};$

23. $\bar{X} \vee \bar{Y};$

24. $\overline{X \wedge Y};$

25. $X \wedge (Y \rightarrow \bar{X});$

26. $\bar{Y} \vee (\bar{X} \rightarrow Y);$

27. $X \rightarrow Y \vee \bar{X};$

28. $X \wedge Y \rightarrow X \vee Y;$

29. $\overline{\bar{X} \wedge \bar{Y}};$

30. $\overline{\bar{X} \vee \bar{Y}}.$

3. Изобразить граф с множеством вершин $V = \{v_1; v_2; v_3; v_4; v_5\}$ и множеством ребер E .

1. $E = \{(v_2; v_1); (v_2; v_2); (v_2; v_3); (v_2; v_4); (v_2; v_5); (v_3; v_3); (v_4; v_5)\}.$

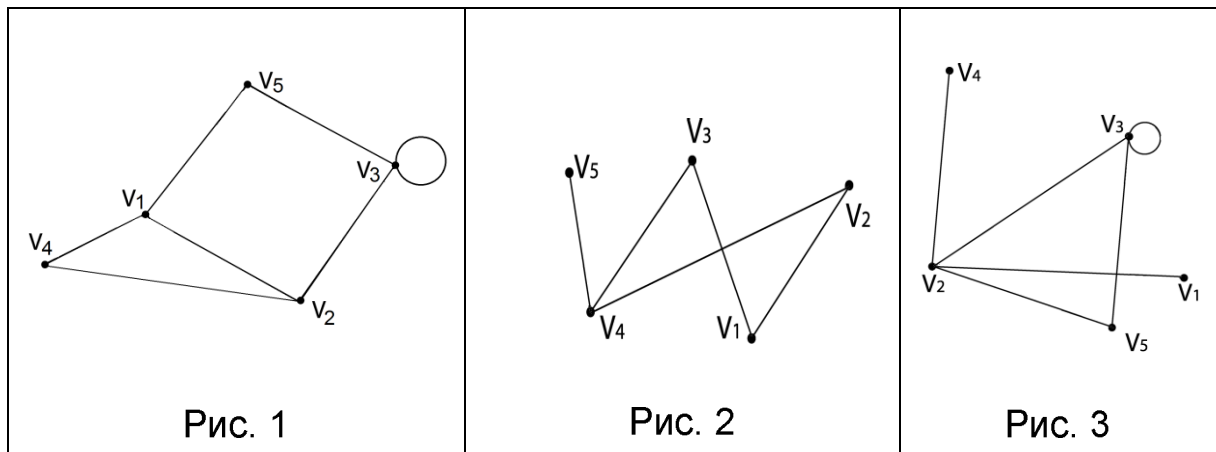
2. $E = \{(v_1; v_1); (v_1; v_2); (v_1; v_4); (v_2; v_3); (v_2; v_4); (v_3; v_1); (v_3; v_5)\}.$

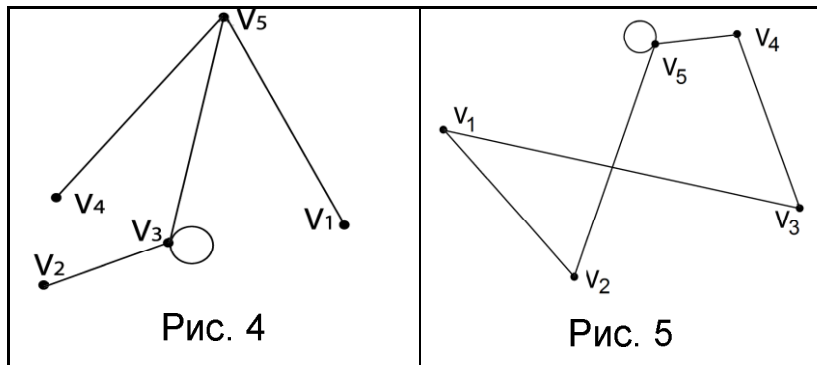
3. $E = \{(v_1; v_3); (v_1; v_5); (v_1; v_1); (v_2; v_2); (v_2; v_3); (v_3; v_4); (v_4; v_5)\}.$

4. $E = \{(v_1; v_2); (v_1; v_4); (v_1; v_5); (v_2; v_3); (v_2; v_4); (v_3; v_3); (v_3; v_5)\}.$

5. $E = \{(v_1; v_3); (v_1; v_4); (v_1; v_5); (v_2; v_4); (v_2; v_5); (v_3; v_2); (v_5; v_5)\}.$

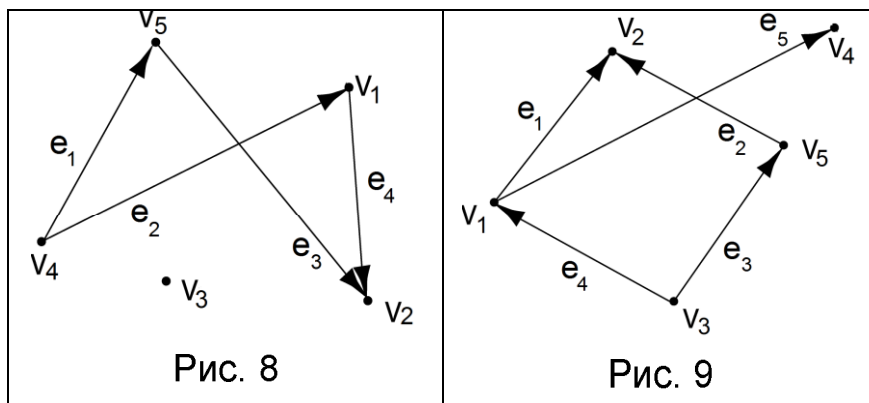
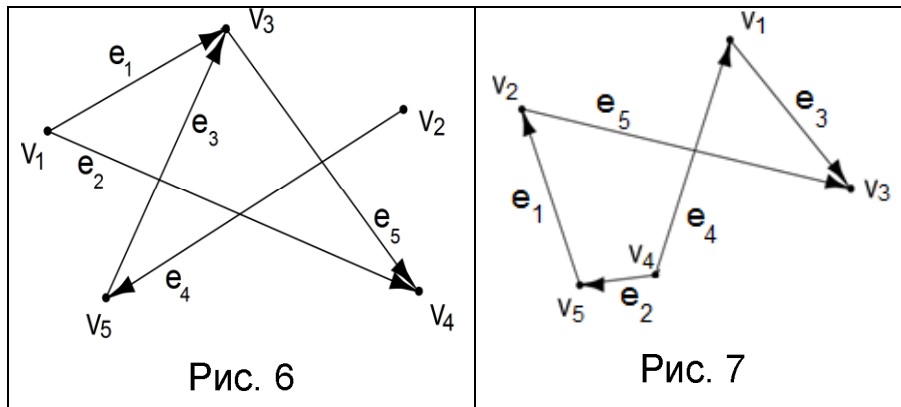
6. – 10. Найти матрицу смежности для графа, изображенного на рисунке (N – 5) (N – номер варианта).

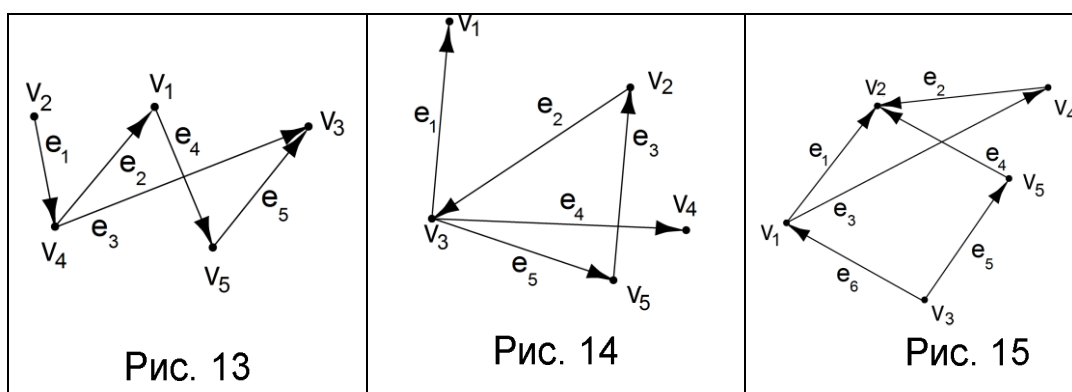
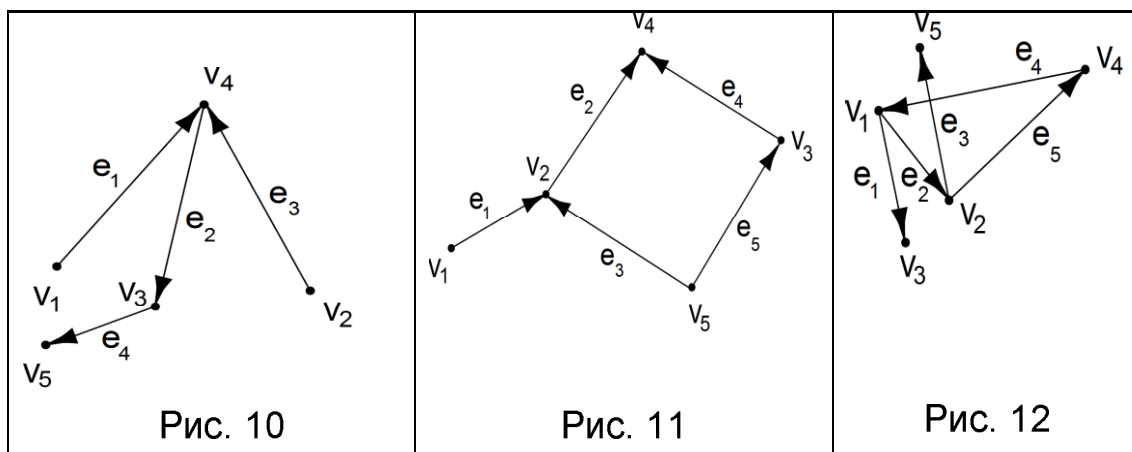




11. – 20. Найти матрицу инцидентности для ориентированного графа, изображенного на рисунке (N – 5) (N – номер варианта).

21. – 30. Найти матрицу смежности для ориентированного графа, изображенного на рисунке (N – 15) (N – номер варианта).





4. Найти предел.

1. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 6x^2 + 3x + 18}{2x^2 - 7x + 3}.$

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 2x^3 - 27}{2x^2 + x - 21}.$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 5x - 6}{3x^2 + x - 14}.$

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5 - 32}{5x^2 + 3x - 26}.$

5. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^4 - x^2 + 2x + 1}{-x^2 + 6x + 7}.$

6. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^4 + 2x^2 + 20x - 16}{5x^2 + 8x - 4}.$

7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 2x^3 - 27}{3x^2 + 2x - 33}.$

8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{8x^2 - 13x - 6}.$

9. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^5 + 2x^4 + 10x - 20}{x^3 + 8}.$

10. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^4 - 7x^2 + 4x - 6}{2x^2 + 7x + 3}.$

11. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 - 7x^2 + 15x - 9}{x^3 - 8x^2 + 21x - 18}.$

12. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + x^3 - 2x^2 - 3x - 1}{x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1}.$

$$13. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 2x^2 + 5x + 4}{x^3 - x^2 - 3x - 1}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 - 7x^2 + 11x - 5}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^4 + 4x^2 + 5x}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{3x^2 + 5x + 2}.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^3 - 3x - 2}.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3 - 3x^2 - 4}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 7x^2 + 16x + 12}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^3 - 1}{2x^2 + 3x - 2}.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^2 + 2x + 1}.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 4x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 6}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 6x - 8}{x^3 + 3x^2 + 16}.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{2x^4 - x - 3}.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 7x^2 - 5x - 3}{5x^2 - 14x - 3}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 7x + 2}{x^3 + 3x^2 + 8x + 12}.$$

5. Найти предел.

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - x - 6}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{x+4}}{3x^2 - 4x + 1}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}}{x^2 - 4}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{x+3} - \sqrt{5+3x}}.$$

9. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5 - x} - \sqrt{x + 1}}.$
10. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{5 + x} - \sqrt{3 - x}}.$
11. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5 - x} - \sqrt{x - 3}}.$
12. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x + 1} - \sqrt{x + 6}}{2x^2 - 7x - 15}.$
13. $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{3x + 17} - \sqrt{2x + 12}}{x^2 + 8x + 15}.$
14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}.$
15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7 - x} - \sqrt{7 + x}}{\sqrt{7} x}.$
16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{1 + x} - \sqrt{1 - x}}.$
17. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x + 1} - 3}{\sqrt{x - 2} - \sqrt{2}}.$
18. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x - 3} - 2}{\sqrt{x + 2} - 3}.$
19. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x - 3} - 3}{x^2 - 9}.$
20. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x + 1} - 4}{x^2 + 2x - 15}.$
21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{3x^2}.$
22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}.$
23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{5 - x} - \sqrt{5 + x}}.$
24. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x + 7} - 5}{3 - \sqrt{x}}.$
25. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x + 1} - 5}.$
26. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{3x} - x}.$
27. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 3x^2} - 1}{x^3 + x^2}.$
28. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x + 20} - 4}{x^3 + 64}.$
29. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3}{\sqrt{8 + x} - 3}.$
30. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9 + x} - 3}{x^2 + x}.$

6. Найти предел.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{\operatorname{tg}^2 3x}.$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{2} - \frac{x}{2} \right).$

$$3. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3} - 2 \cos x}{\pi - 6x}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x^2) - 1}{\sin^4 2x}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)}{1 + \sqrt[3]{x}}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{1 - \cos 8x}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 3x}{\cos x - \cos^3 x}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \sin^2 \sqrt{x}}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1 - \cos 2x}{\sin(\pi - 3x)}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{\sin^2 2x}.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x(1 - \cos \sqrt{x})}.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{\sin^3 x}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin 7x}{\operatorname{tg}(2\pi + 2x)}.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{(1 - \cos x)^2}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1 - 2 \cos x}{\pi - 3x}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{1 - \cos 3x}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2} - 2 \cos x}{\pi - 4x}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x - 1}{x \operatorname{tg} 2x}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{1 - \cos 6x}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x(1 - \cos 4x)}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2} - 2 \cos x}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 1} (1 - x^2) \operatorname{ctg} \pi x.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos\left(\frac{\pi(x-2)}{2}\right)}{\sqrt{2} - \sqrt{x+1}}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(9x^2)}{\sin^4 3x}.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}{1 - 2 \cos x}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right)}{\operatorname{tg}\left(2\pi\left(x + \frac{1}{2}\right)\right)}.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos 3x) \operatorname{ctg}^2 4x.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\sin x \cdot \operatorname{tg} 3x}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x \sin 2x}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}.$$

7. Найти предел.

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 6x - 1}{x^2 + 4}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 3x^2 + x - 1}{3x^3 + 2x^2 - 1}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 4x^2 + x - 1}{2x^2 + x + 1}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 3x^2 + x + 2}{x^4 + 1}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x - 7}{3x^2 - x - 2}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 2x^2 - 1}{x + 3x^2 - 2x^4}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - x^3}{x^2 + 3x - 16}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x^3}{5x^3 + 7x - 1}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + x^3 + 1}{3x^2 + x^4}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 3x^2 - 18}{10x^4 - 18x^2 + 3}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 7x^2 - 5x - 3}{5x^2 - 14x + 3}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3}{5x^2 + 4x^3 + 3x^4}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x^3}{x^2 - 14x + 3}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 7x^2 - 5x - 3}{x^4 - 4x^5}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 4x^2 - 1}{x - 3x^2 - x^4}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + 4x^3 + x^4}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x + 3}{4x^2 + x^4}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - x + 3}{4x^2 + x^3}.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x^3}{3x^2 - 5x - 16}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 2x^2 - 1}{x + 3x^2 - 2x^4}.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 2x + 11}{x^2 + 3x^3 - 2x^4}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - 2x + 5x^2 + 9x^3}{2 + x^2 + 3x^3 - 2x^4}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + 2x^2 - x^3}{3x^2 - 4x - 15}.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{21x^2 - 10x + 7}{x^2 + 2x^3 - 2x^4}.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x^3 + 3x^4}{6x^2 + 5x + 14}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 2x^2 + 9x^3}{3 + 3x^2 - 2x^4}.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 5x^3}{4x^2 + 3x - 1}.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x^3 + 5x^4}{4x^2 + 2x + 1}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 3x^4 - 2x^2 + 1}{7x + 3x^2 - 2x^4}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 2x^3 + x^2 + 3}{7x + 3x^2 - 2x^4}.$$

8. Найти предел.

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{4}{x^2 - 4} - \frac{1}{x - 2} \right).$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 6x + 5} - x \right).$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{4\sin^2 x} - \frac{1}{\sin^2 2x} \right).$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 5x + 4} - \sqrt{x^2 + x} \right).$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -4} \left(\frac{1}{x + 4} - \frac{8}{16 - x^2} \right).$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x} \right).$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 4x} \right).$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x} - x \right).$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x - 1} - \frac{2}{x^2 - 1} \right).$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{\sin^2 x} - \operatorname{ctg}^2 x \right).$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x - 2} - \frac{12}{x^3 - 8} \right).$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{4\sin^2 \frac{x}{2}} \right).$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x - 3} - \frac{6}{x^2 - 9} \right).$$

$$14. \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x + 2} + \frac{4}{x^2 - 4} \right).$$

$$15. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \sqrt{x^2 - x + 1} \right).$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \sqrt{x^2 - 4} \right).$$

17. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sin x}{\cos^2 x} - \operatorname{tg}^2 x \right).$
18. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x} \right).$
19. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{2-x} - \frac{3}{8-x^3} \right).$
20. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 7} - \sqrt{x^2 - 7} \right).$
21. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x-1} - \sqrt{x} \right).$
22. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4x^2 - 7x + 4} - 2x \right).$
23. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^2} \right).$
24. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 + 1} - x \right).$
25. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1} \right).$
26. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} - x \right).$
27. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{(x+1)(x+2)} - x \right).$
28. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 5x} \right).$
29. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{2x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + 1} \right).$
30. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1-x^3} + \frac{1}{x-1} \right).$

9. Найти предел.

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} (5x - 1) \ln \left(\frac{x-1}{x+5} \right).$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - 1) \ln \left(\frac{x+1}{x+3} \right).$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + 5) \ln \left(\frac{2x+3}{2x+4} \right).$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x + 2) \ln \left(\frac{2x+1}{2x+5} \right).$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} (7 - x) \ln \left(\frac{2x-1}{2x-3} \right).$
6. $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x - 1) \ln \left(\frac{4x-1}{4x+3} \right).$
7. $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - 1) \ln \left(\frac{x+1}{x+2} \right).$
8. $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x + 2) \ln \left(\frac{5x+8}{5x-4} \right).$
9. $\lim_{x \rightarrow \infty} (5x - 1) \ln \left(\frac{3x+4}{3x} \right).$
10. $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x - 2) \ln \left(\frac{2x-1}{2x-4} \right).$
11. $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x + 3) \ln \left(\frac{x+2}{x+5} \right).$
12. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - 4) \ln \left(\frac{3x-2}{3x+5} \right).$

13. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - 3) \ln \left(\frac{3x - 2}{3x + 1} \right).$
14. $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - 1) \ln \left(\frac{4x - 2}{4x + 1} \right).$
15. $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - 1) \ln \left(\frac{3x + 5}{3x - 1} \right).$
16. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + 3) \ln \left(\frac{2x + 3}{2x - 1} \right).$
17. $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - 7) \ln \left(\frac{3x + 1}{3x + 4} \right).$
18. $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x - 1) \ln \left(\frac{2x + 3}{2x + 1} \right).$
19. $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x + 3) \ln \left(\frac{3x - 1}{3x + 5} \right).$
20. $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x - 2) \ln \left(\frac{2x - 3}{2x + 1} \right).$
21. $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x - 1) \ln \left(\frac{3x}{3x + 2} \right).$
22. $\lim_{x \rightarrow \infty} 5x \ln \left(\frac{2x + 3}{2x + 5} \right).$
23. $\lim_{x \rightarrow \infty} (7x - 1) \ln \left(\frac{3x + 2}{3x + 5} \right).$
24. $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - 1) \ln \left(\frac{5x + 1}{5x + 4} \right).$
25. $\lim_{x \rightarrow \infty} (5x - 1) \ln \left(\frac{2x - 1}{2x + 3} \right).$
26. $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x + 4) \ln \left(\frac{2x - 13}{2x + 3} \right).$
27. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + 7) \ln \left(\frac{2x + 4}{2x + 1} \right).$
28. $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x - 7) \ln \left(\frac{2x + 1}{2x - 5} \right).$
29. $\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \ln \left(\frac{7x + 1}{7x + 3} \right).$
30. $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - 7) \ln \left(\frac{5x}{5x + 3} \right).$

10. Исследовать функцию на непрерывность и сделать её схематический чертёж.

1. $y = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0, \\ x + 1, & 0 < x \leq 2, \\ 4, & x > 2. \end{cases}$
2. $y = \begin{cases} 2x + 3, & x \leq 0, \\ x^2 + 3, & 0 < x \leq 1, \\ 3, & x > 1. \end{cases}$
3. $y = \begin{cases} 2x + 1, & x \leq 0, \\ 3x^2 + 1, & 0 < x \leq 2, \\ 10, & x > 2. \end{cases}$
4. $y = \begin{cases} 3x - 1, & x \leq 0, \\ x^3 - 1, & 0 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$
5. $y = \begin{cases} 1, & x \leq \pi, \\ \sin x, & \pi < x \leq 2\pi, \\ x - 2\pi, & x > 2\pi. \end{cases}$
6. $y = \begin{cases} 1 - \cos x, & x \leq 0, \\ 2x, & 0 < x \leq 2, \\ x, & x > 2. \end{cases}$

$$7. y = \begin{cases} 1 - 2x, & x < 0, \\ \cos x, & 0 \leq x < \pi, \\ 2, & x \geq \pi. \end{cases}$$

$$8. y = \begin{cases} -4x, & x \leq 0, \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi, \\ \pi, & x > \pi. \end{cases}$$

$$9. y = \begin{cases} 3, & x \leq -1, \\ \sqrt{x+2}, & -1 < x \leq 2, \\ x^2 - x, & x > 2. \end{cases}$$

$$10. y = \begin{cases} x + 2, & x < -1, \\ x^2 + 1, & -1 \leq x < 2, \\ 5, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$11. y = \begin{cases} 1 - x^2, & x \leq 0, \\ \cos x, & 0 < x \leq \pi, \\ 2, & x > \pi. \end{cases}$$

$$12. y = \begin{cases} 2x + 1, & x \leq 0, \\ \sqrt{x+1}, & 0 < x \leq 3, \\ 3, & x > 3. \end{cases}$$

$$13. y = \begin{cases} 5^x, & x < 0, \\ 2x^2 + 1, & 0 \leq x < 1, \\ 2, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$14. y = \begin{cases} 3, & x \leq 1, \\ x + 2, & 1 < x \leq 3, \\ \sqrt{x+1}, & x > 3. \end{cases}$$

$$15. y = \begin{cases} x - 1, & x \leq 0, \\ -(x - 1)^2, & 0 < x \leq 3, \\ 4, & x > 3. \end{cases}$$

$$16. y = \begin{cases} -2, & x < 0, \\ x + 1, & 0 \leq x < 2, \\ \sqrt{5 + x^2}, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$17. y = \begin{cases} 3 \sin x, & x < 0, \\ x^2, & 0 \leq x < 2, \\ 2x + 3, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$18. y = \begin{cases} x + 1, & x \leq 1, \\ \sqrt{x+3}, & 1 < x \leq 6, \\ 7, & x > 6. \end{cases}$$

$$19. y = \begin{cases} 2 \cos x, & x \leq 0, \\ 2 - 3x, & 0 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$20. y = \begin{cases} \sqrt{9 + x^2}, & x \leq 0, \\ 3, & 0 < x \leq 2, \\ 2x + 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$21. y = \begin{cases} 5^x, & x \leq 0, \\ x^3 + 1, & 0 < x < 1, \\ 3, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$22. y = \begin{cases} 2x - 1, & x < 1, \\ x^2 - 1, & 1 \leq x \leq 2, \\ 3, & x > 2. \end{cases}$$

$$23. y = \begin{cases} x^3, & x \leq 0, \\ x + 3, & 0 < x \leq 3, \\ 6, & x > 3. \end{cases}$$

$$24. y = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 0, \\ 2x - 1, & 0 < x \leq 1, \\ \sqrt{x}, & x > 1. \end{cases}$$

$$25. y = \begin{cases} x^2, & x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & 0 < x \leq 1, \\ x + 2, & x > 1. \end{cases}$$

$$26. y = \begin{cases} x + 1, & x < 0, \\ 2^x, & 0 \leq x < 1, \\ 3, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$27. y = \begin{cases} 1, & x \leq 0, \\ \sqrt{1+x^2}, & 0 < x \leq 3, \\ 3, & x > 3. \end{cases} \quad 28. y = \begin{cases} x, & x \leq 0, \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x \leq \pi/4, \\ 2, & x > \pi/4. \end{cases}$$

$$29. y = \begin{cases} \cos x, & x \leq \pi/2, \\ 0, & \pi/2 < x < \pi, \\ 2, & x \geq \pi. \end{cases} \quad 30. y = \begin{cases} x^2, & x \leq 0, \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x < \pi/2, \\ 3, & x \geq \pi/2. \end{cases}$$

11. Исследовать функцию на непрерывность в заданных точках и сделать её схематический чертеж.

$$1. y = 10^{\frac{1}{x-1}}, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 1. \quad 2. y = 9^{\frac{1}{3-x}}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 3.$$

$$3. y = 3^{\frac{1}{2-x}}, \quad x_1 = 3, \quad x_2 = 2. \quad 4. y = 3^{\frac{1}{3-x}}, \quad x_1 = 3, \quad x_2 = 4.$$

$$5. y = 2^{\frac{1}{5+x}}, \quad x_1 = -6, \quad x_2 = -5. \quad 6. y = 3^{\frac{1}{2-x}}, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 3.$$

$$7. y = 5^{\frac{1}{x-5}}, \quad x_1 = 3, \quad x_2 = 5. \quad 8. y = 4^{\frac{1}{3-x}}, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 3.$$

$$9. y = 7^{\frac{1}{2x+4}}, \quad x_1 = -1, \quad x_2 = -2. \quad 10. y = 9^{\frac{1}{x-2}}, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 4.$$

$$11. y = 8^{\frac{1}{x+2}}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = -2. \quad 12. y = 3^{\frac{1}{x+4}}, \quad x_1 = -3, \quad x_2 = -4.$$

$$13. y = 10^{\frac{1}{x+1}}, \quad x_1 = -1, \quad x_2 = 2. \quad 14. y = 8^{\frac{1}{6-3x}}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 2.$$

$$15. y = 2^{\frac{1}{2-x}}, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 3. \quad 16. y = 2^{\frac{1}{x+3}}, \quad x_1 = -2, \quad x_2 = -3.$$

$$17. y = 4^{\frac{1}{3-2x}}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 1.5. \quad 18. y = 2^{\frac{1}{5-x}}, \quad x_1 = 6, \quad x_2 = 5.$$

$$19. y = 6^{\frac{1}{x-3}}, \quad x_1 = 4, \quad x_2 = 3. \quad 20. y = 7^{\frac{1}{3-x}}, \quad x_1 = 4, \quad x_2 = 3.$$

$$21. y = 10^{\frac{1}{x+4}}, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = -4. \quad 22. y = 8^{\frac{1}{4-x}}, \quad x_1 = 3, \quad x_2 = 4.$$

$$23. y = 3^{\frac{1}{5-x}}, \quad x_1 = 3, \quad x_2 = 5. \quad 24. y = 11^{\frac{1}{3-x}}, \quad x_1 = 3, \quad x_2 = 2.$$

$$25. y = 5^{\frac{1}{2x-1}}, \quad x_1 = 0.5, \quad x_2 = 1. \quad 26. y = 6^{\frac{1}{3-4x}}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 0.75.$$

$$27. y = 4^{\frac{1}{2x-3}}, x_1 = 1, x_2 = 1,5. \quad 28. y = 3^{\frac{1}{2x-1}}, x_1 = 0,5, x_2 = 1.$$

$$29. y = 5^{\frac{1}{x-2}}, x_1 = 2, x_2 = 3. \quad 30. y = 16^{\frac{1}{4-x}}, x_1 = 0, x_2 = 4.$$

12. Найти асимптоты графика функции.

$$1. y = \frac{x^3 - 4x}{3x^2 - 4}.$$

$$2. y = \frac{x^3 - 5x}{5 - 3x^2}.$$

$$3. y = \frac{x^3}{1 + x^2}.$$

$$4. y = \frac{x^3 + 3x^2 - 2x - 2}{2 - 3x^2}.$$

$$5. y = \frac{3x^2 - 7}{2x + 1}.$$

$$6. y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1}.$$

$$7. y = \frac{2x^2 - 6}{x - 2}.$$

$$8. y = \frac{17 - x^2}{4x + 5}.$$

$$9. y = \frac{x^2}{x + 4}.$$

$$10. y = \frac{4x^3 + 9}{4x^2 + 8}.$$

$$11. y = x + \frac{1}{x^2}.$$

$$12. y = \frac{2x^3 + 2x^2 - 3x - 1}{2 - 4x^2}.$$

$$13. y = \frac{x^4}{x^3 - 1}.$$

$$14. y = \frac{x^3}{(x + 1)^2}.$$

$$15. y = \frac{x^2 - 11}{4x - 3}.$$

$$16. y = \frac{x^2 - 6x + 4}{3x - 2}.$$

$$17. y = \frac{4x^3 - 3x}{4x^2 - 1}.$$

$$18. y = \frac{21 - x^2}{7x + 9}.$$

$$19. y = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x + 1}.$$

$$20. y = \frac{x^2 + 6x + 9}{x + 4}.$$

$$21. y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 3}.$$

$$22. y = \frac{3x^2 - 10}{3 - 2x}.$$

$$23. y = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x(x - 4)}.$$

$$24. y = \frac{x^2 + 5}{x^2 - 1} + 2x.$$

$$25. y = \frac{2x^3 - 5x^2 + 4x + 1}{2x^2 - x - 1}.$$

$$26. y = \frac{3x}{x - 1} + 3x.$$

$$27. y = \frac{x^2 - 6x + 3}{x - 3}.$$

$$28. y = \frac{x}{1 - x^2}.$$

$$29. y = \frac{(x + 1)^2}{x - 2}.$$

$$30. y = \frac{1}{2x^2 + x - 1}.$$

13. Найти производную функции по определению.

$$1. f(x) = \sin 3x + 5x^2 - 4.$$

$$2. f(x) = \cos 4x - 8x + 7.$$

$$3. f(x) = \operatorname{tg} 2x - 3x + 2.$$

$$4. f(x) = \operatorname{ctg} 5x - x^2 + 12.$$

$$5. f(x) = \ln 4x - 2x^2 - 14.$$

$$6. f(x) = e^{8x} + 18x + 4.$$

$$7. f(x) = 3^{2x} - 6x - 2.$$

$$8. f(x) = \sqrt{x} + 2x^3 + 2.$$

$$9. f(x) = 2\sqrt{x} + e^x - 1.$$

$$10. f(x) = \cos 2x + 3x^2 + 9.$$

$$11. f(x) = \operatorname{ctg} 3x + 8x - 5.$$

$$12. f(x) = 2x^2 - \sin 4x + 5.$$

$$13. f(x) = \operatorname{tg} x - 3x^2 + 7.$$

$$14. f(x) = 4\sqrt{x} - \ln 2x - 2.$$

$$15. f(x) = e^{3x} + 4x^2 + 1.$$

$$16. f(x) = 8^x + 6x^2 - 12.$$

$$17. f(x) = 4^x + \cos 2x.$$

$$18. f(x) = \ln 2x - \sin x + 2.$$

$$19. f(x) = \operatorname{tg} 5x - 4x^2 + 8.$$

$$20. f(x) = \sin 8x - 6\sqrt{x} - 8.$$

$$21. f(x) = \frac{4}{x} - 8x^2 + 19.$$

$$22. f(x) = 5 - \frac{7}{x} + \cos x.$$

$$23. f(x) = 5^x - \frac{8}{x} + 20.$$

$$24. f(x) = \ln 2x - \frac{1}{x} - 6.$$

$$25. f(x) = \operatorname{ctg} 2x + e^x + 8.$$

$$26. f(x) = \sin 5x - 6^x - 13.$$

27. $f(x) = e^{4x} + \sin 2x - 22.$

28. $f(x) = \operatorname{tg} 5x - \ln x + 18.$

29. $f(x) = \operatorname{ctg} x + \frac{5}{x} - 8.$

30. $f(x) = \operatorname{tg} 9x + \cos 5x - 9.$

14. Найти производную функции.

1. $y = 4\operatorname{ctg} 2x \cdot \sin x.$

2. $y = x^2 \ln x.$

3. $y = \operatorname{arctg} x \cdot \frac{1}{x}.$

4. $y = \frac{2}{x} (1 + \sqrt[3]{x}) \sqrt{x+5}.$

5. $y = 4\cos x \cdot \arccos x.$

6. $y = (x^2 + 1) \cdot \operatorname{arctg} x.$

7. $y = (1 - x^2) \cdot \arcsin x.$

8. $y = \sqrt{e^x} \cdot 3^{2x}.$

9. $y = (\sqrt{x^3} - \sqrt{x}) \ln x.$

10. $y = e^{3x} \cdot \operatorname{arctg} x.$

11. $y = 3\log_2 x \cdot \operatorname{arcctg} 2x.$

12. $y = 2\operatorname{tg} 3x \cdot e^{2x}.$

13. $y = \frac{2}{x} \ln(x+3).$

14. $y = 2^x \cdot \frac{1}{x^2}.$

15. $y = 3\operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{arctg} 2x.$

16. $y = x^3 \arccos x.$

17. $y = (x^4 - 1) \cdot \operatorname{arcctg} x.$

18. $y = (x+1) \cdot \arcsin x.$

19. $y = e^{2x} \cdot \sqrt{2x}.$

20. $y = (x^2 + \sqrt[3]{x}) \log_3 x.$

21. $y = (e^{2x} - 4)(2x^4 + 3).$

22. $y = 3 \sin 2x \cdot e^x.$

23. $y = x^2 \cdot \cos x.$

24. $y = 2^x \operatorname{arctg} x.$

25. $y = \log_5 x \cdot e^{2x}.$

26. $y = \sqrt[3]{x} \cdot (e^{3x} - 5).$

27. $y = \operatorname{tg} 2x \cdot \arcsin x.$

28. $y = 3^{4x} \cdot \ln 2x.$

29. $y = x(x^3 - \sqrt{x}) \ln x.$

30. $y = (e^{3x} + 4) \ln(2x - 3).$

15. Найти производную функции.

$$1. y = \frac{x^2}{\sqrt{x-1}}.$$

$$2. y = \frac{\sqrt{x-4}}{\sin x}.$$

$$3. y = \frac{x^3 - 2x}{e^{2x} - 4}.$$

$$4. y = \frac{\ln x}{4 - x^2}.$$

$$5. y = \frac{x^3 - \sin x}{\cos x}.$$

$$6. y = \frac{x^2 + 1}{\operatorname{arctg} x}.$$

$$7. y = \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x-2}}.$$

$$8. y = \frac{1 + \sin x}{1 - \cos x}.$$

$$9. y = \frac{2 + x^2}{\ln x}.$$

$$10. y = \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{4x+4}}.$$

$$11. y = \frac{\ln x}{\operatorname{tg} x}.$$

$$12. y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}.$$

$$13. y = \frac{\arcsin 2x}{1 - 4x^2}.$$

$$14. y = \frac{16 - x^2}{5 - \sqrt{3x}}.$$

$$15. y = \frac{x^2 + 2x + 1}{\operatorname{ctg} x}.$$

$$16. y = \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} x}.$$

$$17. y = \operatorname{tg} x + \frac{x}{\cos x}.$$

$$18. y = \frac{\ln x}{\sin x} + x \operatorname{ctg} x.$$

$$19. y = \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x}.$$

$$20. y = \frac{\operatorname{ctg} x}{\sqrt{x}}.$$

$$21. y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}.$$

$$22. y = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}.$$

$$23. y = \frac{4x^2 - 1}{\sqrt{2x+1}}$$

$$24. y = \frac{x(1 - x^2)}{7x + 11}.$$

$$25. y = \frac{e^x}{2x + e^{2x}}.$$

$$26. y = \frac{\ln x^2 + \cos x}{x}.$$

$$27. y = \frac{x^2 - 2^x}{2x + 4}.$$

$$28. y = \frac{\operatorname{arctg} x}{1 + x^2}.$$

$$29. y = \frac{x^2 + 16}{1 + \log_2 x}.$$

$$30. y = \frac{2x^4 - 8}{x\sqrt{x-1}}$$

16. Найти производную функции.

$$1. y = \sin((3x^2 + 1)^{10}).$$

$$2. y = \sqrt{e^{2x} + 1}.$$

$$3. y = (\sin 3x)^3.$$

$$4. y = \sqrt[3]{4^{\cos x}}.$$

$$5. y = \frac{\ln x}{\sqrt{4x^2 + 1}}.$$

$$6. y = \frac{\sqrt{2x^2 + 3}}{x + 1}.$$

$$7. y = \sqrt{x} \cos^2 2x.$$

$$8. y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1}.$$

$$9. y = \frac{1}{4} \operatorname{tg}^4 x - \ln \cos x.$$

$$10. y = \frac{e^{x^2} - e^{-x^2}}{2x}.$$

$$11. y = \ln^2(x^2 + 5x + 4).$$

$$12. y = \sqrt{\sin(3x)}.$$

$$13. y = \ln \cos \left(\frac{1}{x^3} \right).$$

$$14. y = \arccos \left(\frac{1}{1-x} \right).$$

$$15. y = 3^{\sin \left(\frac{1}{x^2} \right)}.$$

$$16. y = \frac{1}{(\sin 2x)^2}.$$

$$17. y = \frac{\arcsin x^2}{x}.$$

$$18. y = \ln^2 3x - \frac{3}{x^2}.$$

$$19. y = \sqrt[3]{\arcsin \frac{1}{x}}.$$

$$20. y = \sqrt{\frac{1}{3} \sin^3 x + 4}.$$

$$21. y = \ln \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2} \right).$$

$$22. y = \operatorname{tg} \left(\frac{x^3 + 4}{x^2} \right).$$

$$23. y = (\sin 3x)^3.$$

$$24. y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{x}.$$

$$25. y = \left(\operatorname{tg} x - \frac{3}{x^3} \right)^2.$$

$$26. y = \left(\cos \frac{1}{x} \right)^5.$$

27. $y = \operatorname{tg} \arccos 2x.$

28. $y = \sin^3(x^2 + 3x + 1).$

29. $y = 4^{\operatorname{ctg}(\frac{1}{x})}.$

30. $y = \arcsin(e^{x^2}).$

17. Найти производную показательно-степенной функции.

1. $y = x^{\sin x}.$

2. $y = (\sin x)^x.$

3. $y = x^{\cos x}.$

4. $y = (\operatorname{tg} x)^x.$

5. $y = x^{\operatorname{ctg} x}.$

6. $y = x^{\operatorname{arctg} x}.$

7. $y = x^{\arccos x}.$

8. $y = (1 - 4x)^{\sin 5x}.$

9. $y = (\cos(5 - 4x))^{3x}.$

10. $y = (1 - 3x)^{\operatorname{tg} x}.$

11. $y = x^{2^x}.$

12. $y = (1 - x)^{\operatorname{arctg}(5-7x)}.$

13. $y = (\sin x)^{x^2}.$

14. $y = x^{2^{\cos x}}.$

15. $y = (\sin(x + 1))^x.$

16. $y = (x - 1)^{\operatorname{tg} x}.$

17. $y = (2 - 3x)^{4x}.$

18. $y = (\sin(3 - 4x))^{5x}.$

19. $y = x^{e^x}.$

20. $y = (\operatorname{tg}(4 - 5x))^{7x}.$

21. $y = (\operatorname{arctg}(5 - 7x))^{4x}.$

22. $y = x^{3^x}.$

23. $y = (2 - x)^{\cos(4-3x)}.$

24. $y = (3 - 4x)^{\operatorname{tg} 5x}.$

25. $y = (1 - 4x)^{\pi^x}.$

26. $y = (x^2 + 1)^{4-5x^3}.$

27. $y = (1 - x^2)^{5-4x^3}.$

28. $y = (\cos 2x)^{3-5x}.$

29. $y = (\operatorname{tg} 3x)^{2x-1}.$

30. $y = (\arcsin x)^x.$

18. Написать уравнения касательной и нормали к заданной в неявном виде кривой $F(x; y) = 0$, проходящих через точку $(x; y)$, координаты которой удовлетворяют приведенным условиям.

1. $x^2 + xy + y^2 = 7$ ($x = 1; y = 2$).

2. $e^x \sin y - e^{-y} \cos x + e^x = 0$ ($x = \frac{\pi}{2}; y = -\frac{\pi}{2}$).

3. $e^{xy} - x^2 + y^3 = 0$ ($x = 0; y < 0$).

4. $x^2 + xy^2 = 5$ ($x = 1; y > 0$).

5. $x^3 + y^3 - 4,5xy = 0$ ($x = 1; y = 2$).

6. $x^2 + y^2 = 4$ ($x = 1; y > 0$).

7. $x^2 - 4y^2 = 4$ ($x = 4; y > 0$).

8. $x^5 + 2y^2 = 9$ ($x = 1; y > 0$).

9. $x^2 - 3y^4 = 22$ ($x = 5; y > 0$).

10. $x^2 + 3y^4 = 52$ ($x = -2; y > 0$).

11. $x^8 + 5y^2 = 21$ ($x = -1; y < 0$).

12. $x^3 - 3y^2 = 16$ ($x = 4; y < 0$).

13. $\log_2(x + 1) + \sqrt{y - 1} = 8$ ($x = 15$).

14. $\log_3(2x + 1) + \sqrt{y + 1} = 7$ ($x = 4$).

15. $\sqrt{x^2 + 9} + \sqrt{y - 4} = 11$ ($x = 4$).

16. $\sqrt{x^3 - 2} + \sqrt{3y - 1} = 9$ ($x = 3$).

17. $\sqrt{x - 2} + \sqrt{2y^3 + 9} = 6$ ($x = 3$).

18. $\sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{y^2 + 9} = 9$ ($x = 5$).

$$19. 2 \sin x + 5 \sin y + 7 \cos y = 5 \quad \left(x = 0; y = \frac{\pi}{2}\right).$$

$$20. 7 \cos x + 2 \sin \frac{x}{y} = 7 \quad \left(x = 0; y = \frac{\pi}{2}\right).$$

$$21. \sqrt{3 \cos x + \cos y + 1} = 2 \quad \left(x = 2\pi; y = \frac{\pi}{2}\right).$$

$$22. \sqrt{3 \sin y - 5 \cos y + \cos x - 1} = 2 \quad \left(x = \frac{\pi}{2}; y = \pi\right).$$

$$23. \sqrt{3 \sin x + 5 \cos x + 1} + 7y = 9 \quad \left(x = \frac{\pi}{2}; y = 1\right).$$

$$24. x + \sqrt{5 \sin y - 3 \cos y + 4} = 5 \quad \left(x = 2; y = \frac{\pi}{2}\right).$$

$$25. \sqrt{x + 7} + \sqrt{5 \sin y - 3 \cos y + 4} = 6 \quad \left(x = 2; y = \frac{\pi}{2}\right).$$

$$26. x + \sqrt{10 \sin y - 5 \cos y + 4} = 6 \quad (x = 3; y = \pi).$$

$$27. \sqrt{2 - x} + \sqrt{5 \sin y + 3 \cos y + 12} = 5 \quad (x = -2; y = \pi).$$

$$28. \sqrt{7 - 3x} + \sqrt{3 \sin y + 7 \cos y + 8} = 2 \quad (x = 2; y = \pi).$$

$$29. y^2 + x^2 y = 5 \quad (x = 2; y = 1).$$

$$30. y^5 + 2x^2 = 9 \quad (x = 2; y = 1).$$

19. Найти первую $\frac{dy}{dx}$ и вторую $\frac{d^2y}{dx^2}$ производные функции, заданной параметрически.

$$1. \begin{cases} x = t^2 + 1, \\ y = t^3 - 3t^2. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x = 2t + t^2, \\ y = 2t^3 + 3t^2. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x = 1 - t^2, \\ y = t^4 - 8t. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x = 2 + 3t^2, \\ y = 3 - 2t^2 + t^3. \end{cases}$$

5. $\begin{cases} x = 2t + t^2, \\ y = t^3 - 6t^2 + 5t. \end{cases}$

6. $\begin{cases} x = 3t - t^2, \\ y = t^3 - 2t^2 + t. \end{cases}$

7. $\begin{cases} x = 2 - 3t^2, \\ y = t^4 - 2t^3 - 1,5t. \end{cases}$

8. $\begin{cases} x = 3t^2 + 2t, \\ y = 2t^2 - 3t^3. \end{cases}$

9. $\begin{cases} x = 2 - 3t^2, \\ y = 3t^2 - 2t^3. \end{cases}$

10. $\begin{cases} x = 1 - t^2, \\ y = t^4 - 4t^2. \end{cases}$

11. $\begin{cases} x = 2t^2 + t, \\ y = 6t - 2t^2 + t^3. \end{cases}$

12. $\begin{cases} x = t^2 - 5t, \\ y = 4t^3 - 12t. \end{cases}$

13. $\begin{cases} x = 2t - t^2, \\ y = t^4 - 16t. \end{cases}$

14. $\begin{cases} x = t - 2t^2, \\ y = t^3 + 2t^2 + 1. \end{cases}$

15. $\begin{cases} x = 3t^2 + t, \\ y = t^4 + 2t^2 + 1. \end{cases}$

16. $\begin{cases} x = t^2 + 3t, \\ y = 1 - t^2 + 2t^3. \end{cases}$

17. $\begin{cases} x = 3t - t^2, \\ y = 2 - 2t^2 - t^3. \end{cases}$

18. $\begin{cases} x = t - 3t^2, \\ y = 16t - t^4. \end{cases}$

19. $\begin{cases} x = 5t^2 + 3, \\ y = 2t^3 + t + 1. \end{cases}$

20. $\begin{cases} x = 3 - 5t^2, \\ y = 1 - 2t^2 - t^3. \end{cases}$

21. $\begin{cases} x = t^3 + 2t, \\ y = 2t^3 + 6t^2 + 2. \end{cases}$

22. $\begin{cases} x = 4t^2 + t, \\ y = 1 - 6t^2 - 2t^3. \end{cases}$

23. $\begin{cases} x = 5t^3 + t, \\ y = 2t - 8t^3. \end{cases}$

24. $\begin{cases} x = 2t - 3t^3, \\ y = 1 - 3t + 5t^3. \end{cases}$

25. $\begin{cases} x = 3t^2 - 6t, \\ y = 6t - 3t^3. \end{cases}$

26. $\begin{cases} x = 2t - 5t^3, \\ y = 4 + 2t + 6t^3. \end{cases}$

27. $\begin{cases} x = 2t - t^3, \\ y = 3t^3 - 6t^2 + 3. \end{cases}$

28. $\begin{cases} x = 2t - 5t^5, \\ y = 3 - t + 8t^3. \end{cases}$

29. $\begin{cases} x = 1 - 4t^3, \\ y = 1 - 5t^2 + 2t^3. \end{cases}$

30. $\begin{cases} x = 6t^2 + 3t, \\ y = 2 - 5t^2 + 3t^3. \end{cases}$

20. Найти предел, используя правило Лопиталя.

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{2x + 5} - 3}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x + 2} - 2}{x^2 + 2x - 8}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x + 6} - 3}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5x - 1} - 2}{x^3 - 1}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x + 7} - 3}{\sqrt{4x - 3} - 1}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3 - x} - 2}{\sqrt{x + 5} - 2}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + x - 10}{\sqrt{1 - 4x} - 3}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{x + 2} - 2}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{\sqrt{2x + 5} - 3}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x - 1} - 3}{x^2 + 4x - 12}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{\sqrt{x + 6} - 2}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x + 3} - 1}{x^3 + 1}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{\sqrt{x + 1} - 2}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x - 1} - 3}{x^2 + 4x - 12}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x + 2} - 2}{\sqrt{5x - 1} - 3}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x - 3} - 3}{x^2 - x - 6}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 5x - 6}{\sqrt{4x + 5} - 3}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x - 1} - 3}{x^2 + x - 6}.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{\sqrt{4x - 3} - 3}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x - 1} - 3}{x^3 - 8}.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x + 5} - 3}{\sqrt{3x - 2} - 1}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{8 - x} - 3}{\sqrt{x + 10} - 3}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{-1 - 5x} - 3}.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{5x - 6} - 2}.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + x - 10}{\sqrt{4x + 9} - 1}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{7x - 5} - 3}{x^2 + 5x - 14}.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{7x + 2} - 4}.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5x + 6} - 1}{x^4 - 1}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 2x - 8}{\sqrt{x + 6} - 2}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{9x - 2} - 4}{3x^2 + x - 14}.$$

21. Найти предел, используя правило Лопиталя.

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{\sin^2 x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 3x} - e^{\sin 2x} - x}{\sin^2 x}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{e^x - e^{2x}}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1 + 5x)}{\operatorname{tg}^2 5x}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \arcsin x}{\sin^2 4x}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} + x - 1}{\sin^2 2x}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x - x}{\operatorname{tg}^2 2x}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x + \sqrt{1 + x^2})}{\operatorname{tg} 3x}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos 3x}{\operatorname{tg}^2 x}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 3x}{\ln \cos 2x}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos^3 3x}{\ln \cos^2 4x}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{\ln 2x}{\ln \sin 3x}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-x} - 3x}{1 - \cos 4x}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \pi x}{\ln(1 + x^2)}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{\ln(1 - x)}{\operatorname{ctg} \sqrt{1 - x^2}}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln^2 \cos x}{x^2}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\sin^2 3x}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - e^x}{\sin x - x}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{\ln \sin 4x}{\ln \sin 2x}.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{\ln(x-1)}{\ln(e^x - e)}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - x^2 - 2x - 2}{\sin^3 2x}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 3x}{\operatorname{tg}^2 x}.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{\sin^2 x}.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 + \arcsin x}}{\operatorname{tg} 3x}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{x - \sqrt{\sin x}}{\ln(1 + x^2)}.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{e^{\sin 4x} - e^{\sin 5x}}.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \operatorname{arctg} 2x}{x^3}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \operatorname{tg} 3x}{2x - \sin 2x}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - \cos 2x - 3x}{e^{2x} - \cos 3x - 2x}.$$

22. Найти предел, используя правило Лопиталю.

$$1. \lim_{x \rightarrow 0+0} (\operatorname{ctg} x)^x.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \pi-0} (\pi - x)^{\sin x}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{\frac{1}{x^2}}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{\operatorname{arctg} x}}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{2x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0+0} \left(\frac{1}{x} \right)^{\sin 2x}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \pi+0} (\operatorname{ctg} x)^{3 \sin x}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0+0} (\operatorname{tg} 3x)^{\sin x}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin 4x)^{\frac{5}{x}}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} (e^{3x} + x)^{\frac{1}{x}}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} (4^x - 2x)^{\frac{1}{x}}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 3} (4 - x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} x}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}-0} (\operatorname{tg} 2x)^{4x-\pi}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 0+0} (\sin 2x)^{\operatorname{tg} x}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} (e^{x^2} - 1)^{x^2}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\operatorname{ctg}^2 x}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{arctg} 2x)^{\frac{3}{x}}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 0+0} (e^x - 1)^{\frac{1}{\ln x}}.$$

19. $\lim_{x \rightarrow 0} (5^x + x)^{\frac{1}{x}}.$

20. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg} 3x)^{\frac{1}{x}}.$

21. $\lim_{x \rightarrow 0+0} (\operatorname{tg} 3x)^{2x}.$

22. $\lim_{x \rightarrow 0+0} (\operatorname{ctg} x)^x.$

23. $\lim_{x \rightarrow 0+0} (e^x - 1)^{\sin x}.$

24. $\lim_{x \rightarrow 1+0} (x - 1)^{\sqrt{x-1}}.$

25. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$

26. $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x^3}}.$

27. $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 1)^{\frac{1}{x^2}}.$

28. $\lim_{x \rightarrow 0} (4^x - 3x)^{\frac{1}{x}}.$

29. $\lim_{x \rightarrow 0} (2^{x+1} - 1)^{\frac{1}{\sin x}}.$

30. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 4x)^{\frac{-5}{x^2}}.$

23. Исследовать функцию на экстремум.

1. $y = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2 - 4}}$

2. $y = \frac{(x - 1)^2}{x + 1}.$

3. $y = \frac{\ln x}{x}.$

4. $y = \frac{\ln^2 x}{x}.$

5. $y = (x - 1)e^{3x}.$

6. $y = x^2 \ln x.$

7. $y = x^3 e^{-4x}.$

8. $y = (3 - x^2)e^x.$

9. $y = (x^2 - 8)e^{-x}.$

10. $y = x \ln x.$

11. $y = \frac{x}{x^2 + 4}.$

12. $y = \frac{1}{x^2 - x}.$

13. $y = 16x^2(x - 1)^2.$

14. $y = \sqrt{4x - x^2}.$

15. $y = \sqrt{x} \ln x.$

16. $y = \sqrt[3]{(1 - x)(x - 2)^2}.$

17. $y = x + \sqrt{3 - x}.$

18. $y = (x + 1)^5 e^{-x}.$

19. $y = x e^{-2x^2}.$

20. $y = \sqrt[3]{(x - 2)^2(x - 4)^2}.$

21. $y = \sqrt[3]{x^3 - 2x^2 + x}.$

22. $y = x \cdot \sqrt[3]{x - 1}.$

23. $y = \sqrt[3]{x^2} - x.$

24. $y = \sqrt[3]{2x^2 - x^3}.$

25. $y = 3 \cdot \sqrt[3]{x^2(x - 1)}.$

26. $y = (x - 2)^5(2x + 1)^4.$

27. $y = \frac{(x + 3)^3}{(x + 1)^2}.$

28. $y = \frac{x^4}{(x + 1)^3}.$

29. $y = x^3 \ln x.$

30. $y = (x + 2)^2(x - 3)^3.$

24. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на указанном отрезке.

1. $y = \frac{x^3}{x^2 - 2x - 1}, [4; 6].$

2. $y = \frac{2x^3}{x^2 - 9}, [4; 6].$

3. $y = x^2 + \frac{16}{x} - 16, [1; 4].$

4. $y = \sqrt[3]{2(x - 2)^2(8 - x)}, [0; 6].$

5. $y = \frac{10x}{x^2 + 1}, [0; 3].$

6. $y = \frac{2(x^2 + 3)}{x^2 - 2x + 5}, [-3; 3].$

7. $y = \frac{x^2}{x^2 - 2x + 3}, [-1; 3].$

8. $y = 4 - x - \frac{4}{x^2}, [1; 4].$

9. $y = 2\sqrt{x} - x, [0; 4].$

10. $y = x + 3 \cdot \sqrt[3]{x}, [-10; 1].$

11. $y = x - 4\sqrt{x} + 5, [1; 9].$

12. $y = x^3 \cdot \sqrt[3]{(x - 1)^2}, [-2; 2].$

13. $y = (x + 1) \cdot \sqrt[3]{x^2}, [-1; 3].$

14. $y = x^2 \cdot \sqrt[3]{(x + 1)^2}, [-2; 1].$

15. $y = x - \ln(1 + x), [-0,5; 2].$

16. $y = e^{2x - x^2}, [-2; 2].$

17. $y = x \ln x, \left[\frac{1}{e^2}; 1\right].$

18. $y = 2x^2 + \frac{108}{x} - 59, [2; 4].$

19. $y = \frac{e^{-x}}{x}, [1; 3].$

20. $y = \frac{1 - x + x^2}{1 + x - x^2}, [0; 1].$

21. $y = (3 - x)e^{-x}, [0; 5].$

22. $y = \sqrt[3]{(x + 2)^2(1 - x)}, [-3; 4].$

23. $y = x \ln \frac{x}{5}, [1; 5].$

24. $y = \frac{x^3 + 2x^2}{x - 2}, [-1; 1].$

25. $y = \frac{\ln x}{x}, [1; 4].$

26. $y = \frac{x^4 + 1}{x^2 + 1}, [-1; 1].$

27. $y = x^3 e^{-x}, [-1; 4].$

28. $y = \sqrt[3]{2x^2(x - 3)}, [-1; 6].$

29. $y = 2\sqrt{x - 1} - x + 2, [1; 5].$

30. $y = \frac{x - 1}{x + 1}, [0; 4].$

25. Найти оптимум.

1. Данное положительное число 31 разложить на два слагаемых так, чтобы их произведение было наибольшим.

2. Найти наибольшую полную поверхность цилиндра, вписанного в шар радиуса R .

3. Найти наименьшую длину отрезка, который делит равносторонний треугольник со стороной 5 на две равновеликие фигуры.

4. Найти радиус основания цилиндра наибольшего объема, вписанного в шар радиуса R .

5. Вычислить наибольший объем цилиндра, полная поверхность которого равна S .

6. Найти стороны прямоугольника наибольшей площади, вписанного в эллипс $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ так, что стороны прямоугольника параллельны осям эллипса.

7. Найти угловой коэффициент прямой, проходящий через точку $A(1; 2)$ и отсекающей от первого координатного угла треугольник наименьшей площади.

8. На параболе $y = x^2$ найти точку, ближайшую к точке $A(2; 0,5)$.

9. На гиперболе $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ найти точку, ближайшую к точке $(3; 0)$.

10. Вычислить наибольшую площадь трапеции, вписанной в полукруг радиуса R так, что нижним основанием трапеции служит диаметр полукруга.

11. Найти высоту правильной треугольной призмы наибольшего объема, вписанной в шар радиуса R .

12. Найти наибольший объем цилиндра, периметр осевого сечения которого равен 12.

13. Определить размеры закрытой коробки объема V с квадратным основанием, на изготовление которой расходуется наименьшее количество материала.

14. Найти наибольшую площадь прямоугольника, вписанного в круг радиуса 5.

15. Найти высоту конуса наибольшего объема, вписанного в шар радиуса R .

16. Найти высоту конуса наименьшего объема, описанного около шара радиуса R .

17. Найти наибольшую площадь прямоугольника, вписанного в круг радиуса 4.

18. Найти наименьшую боковую поверхность конуса, имеющего объем V .

19. Через точку $A\left(2; \frac{1}{4}\right)$ проходят прямые, пересекающие положительные полуоси в точках B и C . Найти уравнение прямой, для которой отрезок BC имеет наименьшую длину.

20. Найти угловой коэффициент прямой, проходящей через точку $A(2; 1)$ и отсекающей от первого координатного угла треугольник наименьшей площади.

21. Среди всех прямоугольников, имеющих площадь 12, найти прямоугольник с наименьшим периметром.

22. Среди всех прямоугольников, имеющих площадь 23, найти прямоугольник с наименьшей диагональю.

23. Найти наибольшую площадь прямоугольника, две вершины которого лежат на осях координат, третья – в начале координат, а четвертая – на параболе $y = 3 - x^2$.

24. На гиперболе $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ найти точку, ближайшую к точке $(0; 3)$.

25. На параболе $y = x^2$ найти точку, ближайшую к точке $A(2; 1)$.

26. Найти длину боковой стороны трапеции, имеющей наименьший периметр среди всех равнобедренных трапеций с заданной площадью и углом между боковой стороной и нижним основанием.

27. Банка имеет цилиндрическую форму. Найти отношение диаметра основания к высоте банки, имеющей при заданной полной поверхности наибольший объем.

28. Определить размеры открытого бака с квадратным дном объемом 32, чтобы на изготовление его стен и дна пошло наименьшее количество материала.

29. Найти наибольший объем конуса с образующей 12.

30. В конус с радиусом основания 4 и высотой 6 вписан цилиндр наибольшего объема. Найти этот объем.

26. Найти промежутки выпуклости вверх, промежутки выпуклости вниз и точки перегиба функции $f(x)$.

1. $f(x) = \frac{1}{12}x^4 - 2x^2 + 15x - 7.$

2. $f(x) = \frac{1}{12}x^4 + \frac{5}{6}x^3 + 3x^2 + 7x - 26.$

3. $f(x) = x^4 - 6x^2 + 23x - 5.$

4. $f(x) = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{6}x^3 - 3x^2.$

5. $f(x) = 2x^4 - 44x^3 - 41x + 3.$

$$6. f(x) = -\frac{1}{6}x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 4x^2 + 6x - 8.$$

$$7. f(x) = -\frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 - 15x + 23.$$

$$8. f(x) = -\frac{1}{6}x^4 - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2.$$

$$9. f(x) = x^4 - 10x^3 + 24x^2 - 6x + 7.$$

$$10. f(x) = -x^4 - 20x^3 - 150x^2 - 5x - 64.$$

$$11. f(x) = -2x^4 + 8x^3 + 36x^2 - 3x + 9.$$

$$12. f(x) = x^4 - 16x^3 + 96x^2 - 56x + 25.$$

$$13. f(x) = -0,5x^4 - 3x^3 + 12x^2 + 2x - 1.$$

$$14. f(x) = x^4 - 16x^3 + 96x^2 + 10x + 10.$$

$$15. f(x) = -0,5x^4 - 2x^3 + 24x^2 + x + 3.$$

$$16. f(x) = -x^4 - 6x^3 + 2x + 3.$$

$$17. f(x) = x^4 + 10x^3 + 10x + 9.$$

$$18. f(x) = -2x^4 - 8x^3 - 12x^2 + x + 12.$$

$$19. f(x) = -2x^4 - 8x^3 - 48x^2 - x + 4.$$

$$20. f(x) = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 3x + 45.$$

$$21. f(x) = -x^4 + 2x^3 + 12x^2 + 5.$$

$$22. f(x) = 2x^3 + 6x^2 + 6x + 21.$$

$$23. f(x) = -2x^4 - 4x^3 - 10x + 8.$$

$$24. f(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 + 10x + 12.$$

$$25. f(x) = 2x^4 - 20x^3 + 2x + 10.$$

$$26. f(x) = -0,5x^4 + 2x^3 + 2x + 3.$$

$$27. f(x) = 0,5x^4 - 4x^3 - 3x + 7.$$

$$28. f(x) = -x^4 + 6x^3 - 12x^2 - x.$$

$$29. f(x) = 0,5x^4 + x^3 - 6x^2 - x + 43.$$

$$30. f(x) = \frac{4}{3}x^3 - 8x^2 + 16x + 12.$$

27. Провести полное исследование и построить график функции.

$$1. y = \frac{x^2 - 8}{(x - 2)^2}.$$

$$2. y = \frac{2x - 1}{x^2}.$$

$$3. y = \frac{18x - 3x^2}{(x - 3)^2}.$$

$$4. y = \frac{4x - 8}{(x - 1)^2}.$$

$$5. y = \frac{3x^2 - 6x}{x - 1}.$$

$$6. y = \frac{2x^2 - 1}{x^4}.$$

$$7. y = \frac{8(x - 1)}{(x + 1)^2}.$$

$$8. y = \frac{3x - 2}{x^3}.$$

$$9. y = -\frac{x}{(x - 2)^4}.$$

$$10. y = \frac{x^2 - 1}{x^3}.$$

$$11. y = \frac{2x - 1}{(x - 1)^2}.$$

$$12. y = \frac{(x + 1)^3}{(x - 1)^2}.$$

$$13. y = \frac{1 - 3x^2}{x^3}.$$

$$14. y = -\frac{x^2}{(x + 1)^2}.$$

$$15. y = \frac{(x + 2)^2}{(x - 2)^2}.$$

$$16. y = \frac{x^3}{(x - 1)^2}.$$

$$17. y = \frac{x^4}{x^3 - 1}.$$

$$18. y = \frac{x^2 + 8}{(x + 2)^2}.$$

$$19. y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}.$$

$$20. y = \frac{(x+1)^2}{x-2}.$$

$$21. y = \frac{x^3 + 4}{x^2}.$$

$$22. y = \frac{x^3}{x^2 - 3}.$$

$$23. y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}.$$

$$24. y = \frac{2x^3}{x^2 - 1}.$$

$$25. y = \frac{x^3}{x^2 + 3}.$$

$$26. y = \frac{1}{x^4 - 1}.$$

$$27. y = \frac{x^3}{4 - x^2}.$$

$$28. y = \frac{3 - 2x}{(x - 2)^2}.$$

$$29. y = \frac{(x + 2)^2}{x^3}.$$

$$30. y = -\frac{x^2}{(x - 3)^3}.$$

28. Провести полное исследование и построить график функции.

$$1. y = \frac{1}{x \ln x}.$$

$$2. y = \frac{x^2}{\ln x}.$$

$$3. y = x e^{\frac{1}{1-x}}.$$

$$4. y = x e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

$$5. y = \frac{\ln^2 x}{x^2}.$$

$$6. y = \frac{x}{\ln x}.$$

$$7. y = (x - 1)e^{3x+1}.$$

$$8. y = (1 + x^2)e^x.$$

$$9. y = x^3 e^x.$$

$$10. y = (x + 4)e^{-(x+3)}.$$

$$11. y = e^{\frac{1}{x-1}}.$$

$$12. y = (x + 2)e^{\frac{1}{x}}.$$

$$13. y = e^{x^2-6x}.$$

$$14. y = (x - 1)e^{x-1}.$$

$$15. y = \frac{e^{x+3}}{x + 3}.$$

$$16. y = \frac{\ln x}{x^2}.$$

17. $y = x^2 e^{-x}.$

18. $y = x e^{-x}.$

19. $y = \frac{x}{\ln^3 x}.$

20. $y = \frac{\ln^2 x}{x}.$

21. $y = e^{-\frac{1}{x^2}}.$

22. $y = x e^{\frac{1}{2-x}}.$

23. $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}.$

24. $y = \frac{e^{2-x}}{2-x}.$

25. $y = (2 + x^2) e^{-x^2}.$

26. $y = x e^{-2x^2}.$

27. $y = x^3 e^{-x}.$

28. $y = x \ln x.$

29. $y = x^2 \ln x.$

30. $y = \frac{\ln x}{x}.$

29. Провести полное исследование и построить график функции.

1. $y = \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3 + 1}}$

2. $y = \frac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3 - 4)^2}}$

3. $y = \sqrt[3]{\frac{x-1}{x+1}}.$

4. $y = \sqrt{\frac{x^3}{x-1}}.$

5. $y = \sqrt[3]{(x-1)^2(x+1)}.$

6. $y = \sqrt[3]{12x - 4x^3}.$

7. $y = \sqrt{x^2(1-x^2)}.$

8. $y = \sqrt[3]{(2-x)(x^2 - 4x + 1)}.$

9. $y = \sqrt[3]{6x^2 - x^3}.$

10. $y = \sqrt[3]{x^2(x^2 - 3)^2}.$

11. $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}$

12. $y = \frac{\sqrt{x^3 + 1}}{x}.$

13. $y = \sqrt{8x^2 - x^4}.$

14. $y = \sqrt[3]{(x-2)^2} - \sqrt[3]{(x-3)^2}.$

15. $y = \sqrt[3]{x^3 + 1} - \sqrt[3]{x^3 - 1}.$

16. $y = \sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{(x-1)^2}.$

17. $y = \sqrt[3]{(x-1)(x+2)^2}.$

18. $y = \sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{x^2}.$

19. $y = \sqrt[3]{(x+2)(x-4)^2}.$

20. $y = \sqrt[3]{x(x+6)^2}.$

21. $y = \frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}.$

22. $y = \frac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3+8)^2}}.$

23. $y = \sqrt[3]{1-x^3}.$

24. $y = \sqrt[3]{(x+3)x^2}.$

25. $y = \sqrt[3]{(x^2-1)^2}.$

26. $y = \sqrt{x^3-4x}.$

27. $y = \sqrt[3]{x(x-3)^2}.$

28. $y = \sqrt[3]{x^2(x-2)^2}.$

29. $y = \sqrt[3]{(x^2-2x-3)^2}.$

30. $y = \sqrt[3]{\frac{x^2}{x+1}}.$